

第8章 交流電

8-1 電力系統概念

8-2 波形

8-4 相位

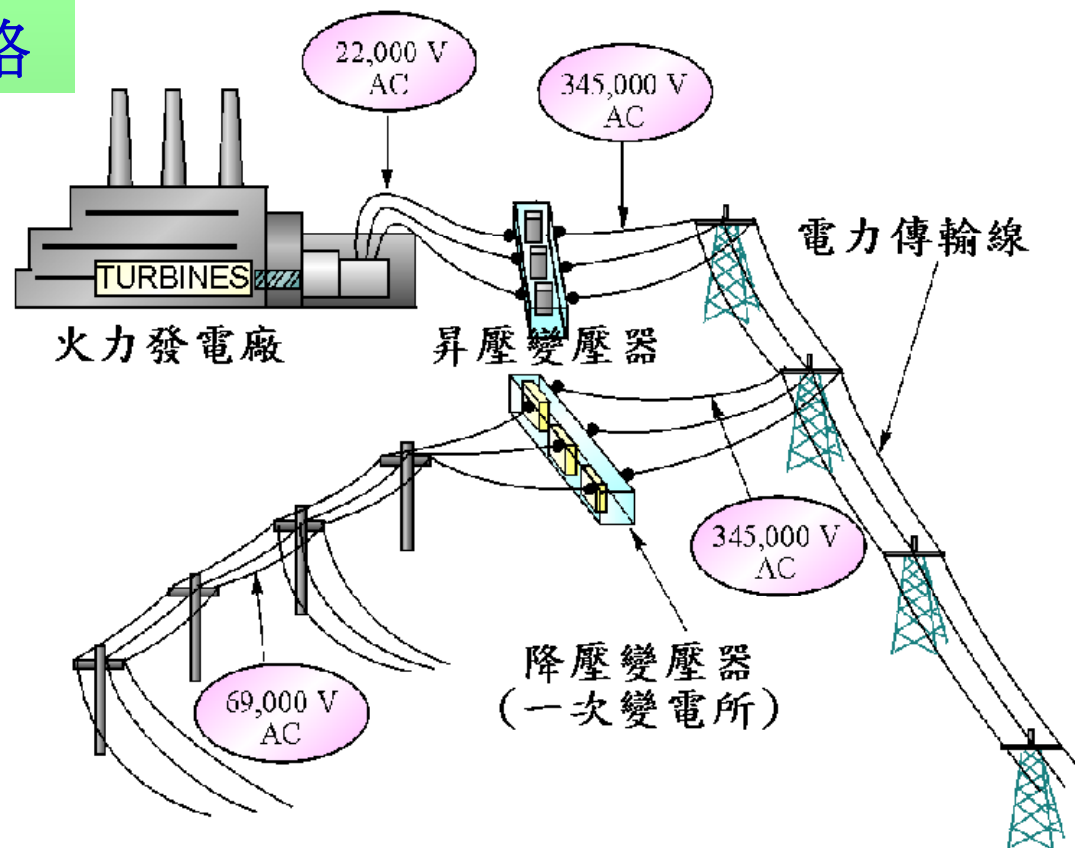
8-3 頻率與週期

8-5 向量運算



8-1 電力系統與概念

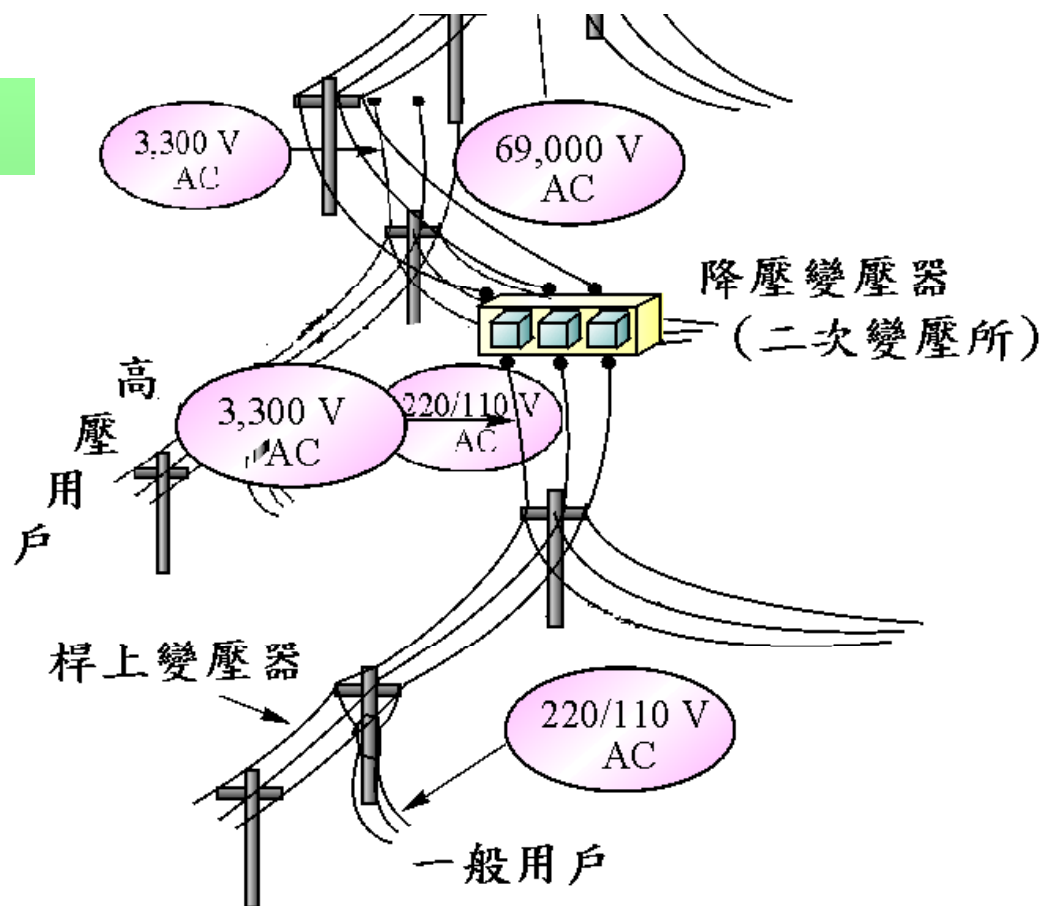
輸電線路





8-1 電力系統與概念

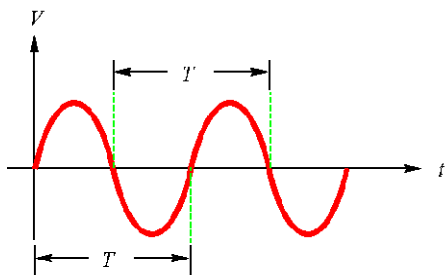
配電線路



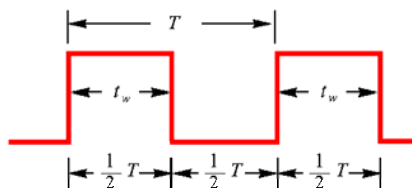


8-2 波 形

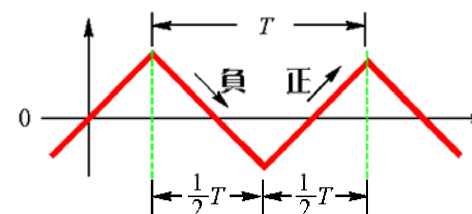
波形的種類：



1. 正弦波

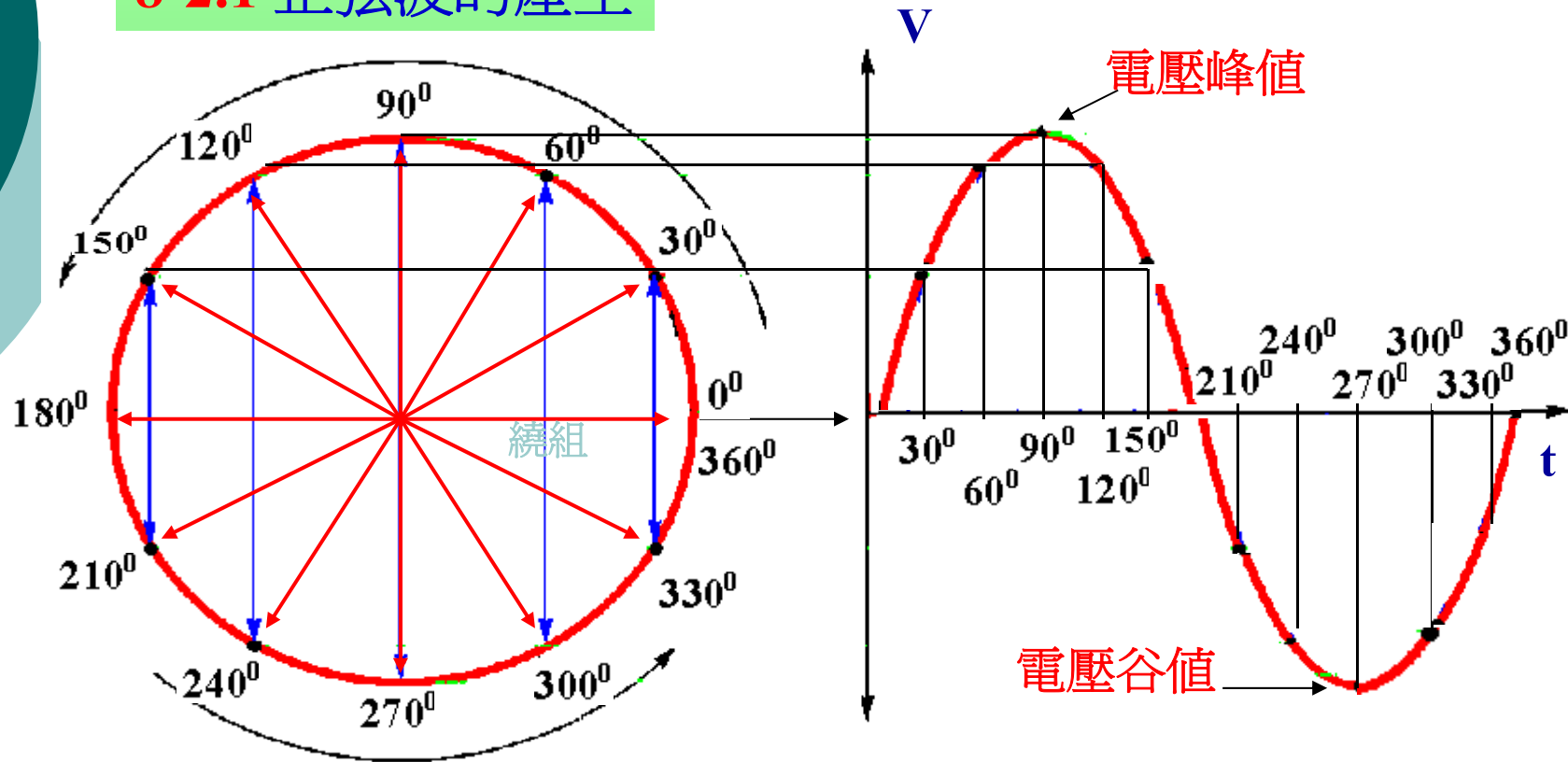


2. 方波



3. 三角波

8-2.1 正弦波的產生

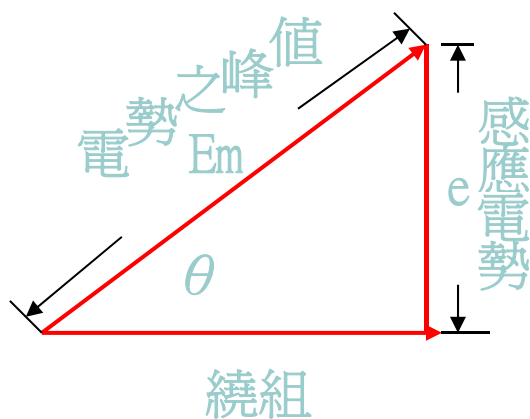


正弦波是發電機之繞組旋轉一圈電勢的分佈圖



8-2.1 正弦波的產生

正弦波的一般式



依直角三角函數之正弦關係：

$$\sin \theta = \frac{\text{對邊}}{\text{斜邊}} \\ = \frac{e}{E_m}$$

繞組產生的感應電勢為：

$$e = E_m \sin \theta \text{ (V)}$$



8-2.1 正弦波的產生

例題：

發電機繞組之感應電勢的最大值為10V，當繞組旋轉之角度為 0° 、 45° 、 90° 時，瞬時感應電勢為多少伏特？

解答：

公式： $e = E_m \sin \theta$

$$(1) \theta = 0^\circ \quad \sin 0^\circ = 0 \quad e = 10 \times 0 = 0(\text{V})$$

$$(2) \theta = 45^\circ \quad \sin 45^\circ = 0.707 \quad e = 10 \times 0.707 = 7.07(\text{V})$$

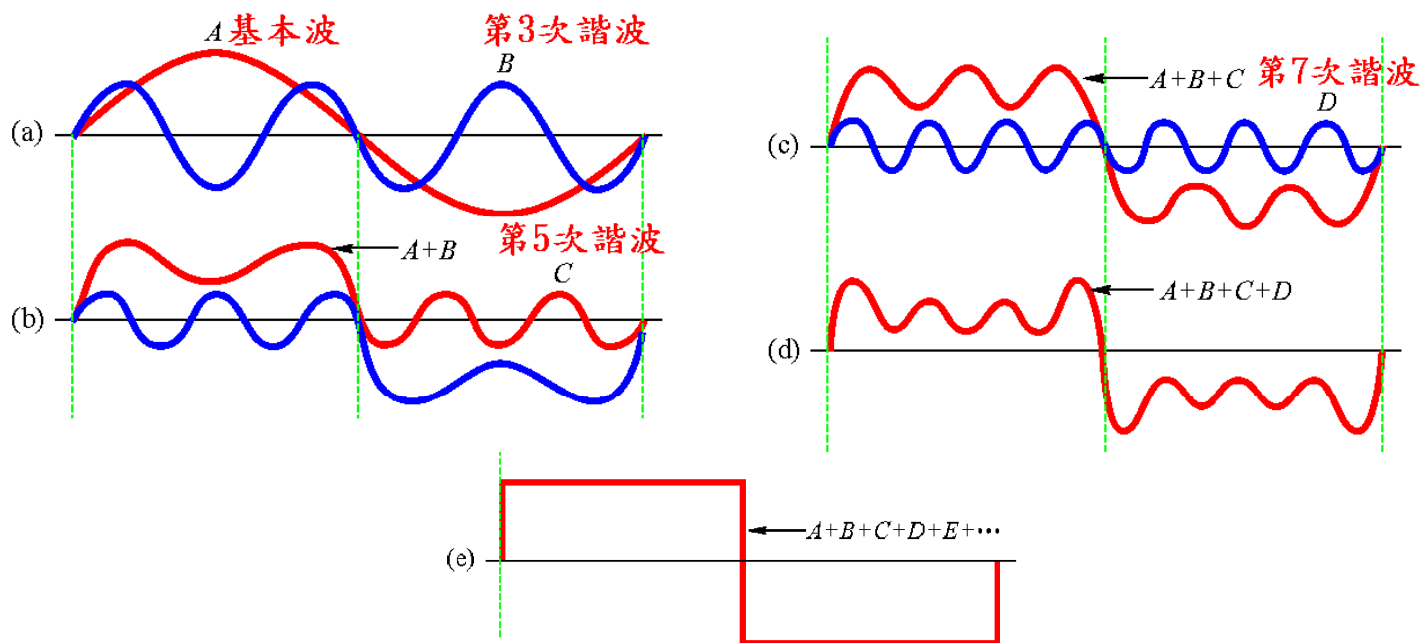
$$(3) \theta = 90^\circ \quad \sin 90^\circ = 1 \quad e = 10 \times 1 = 10(\text{V})$$



8-2.2 非正弦波的產生

產生的條件

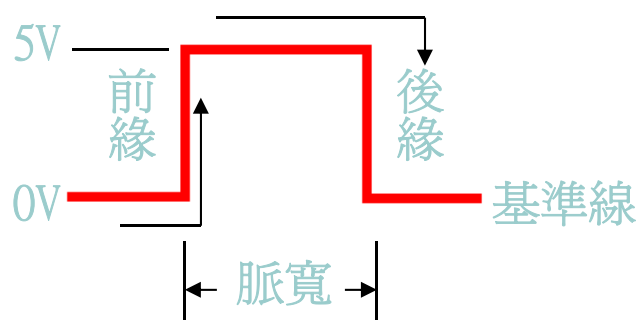
基本波(正弦波) + 諧波



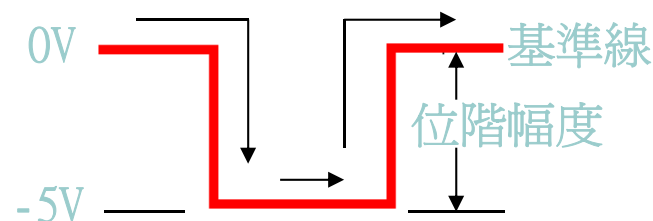


8-2.3 脈波和方波

脈波



正向脈波 0V – 5V

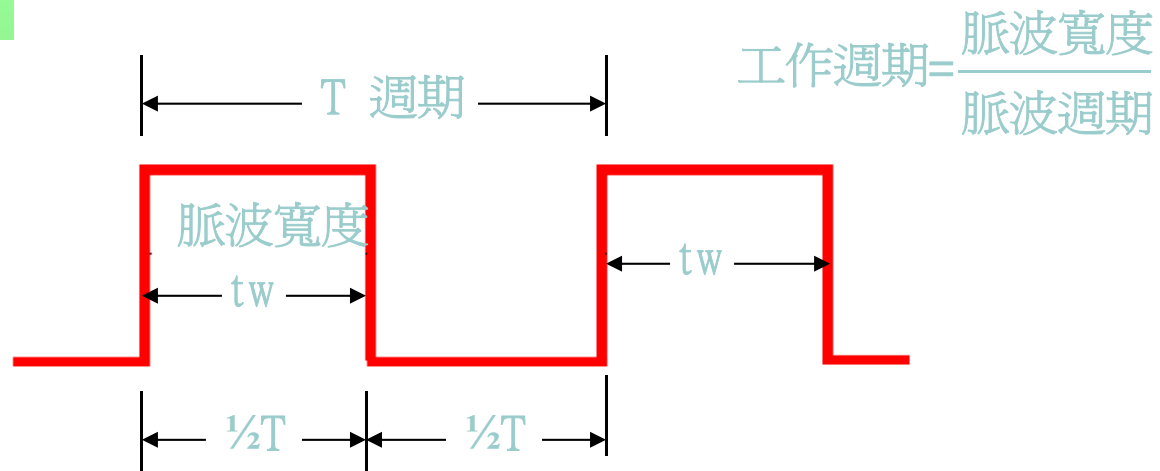


負向脈波 0V – -5V



8-2.3 脈波和方波

方波

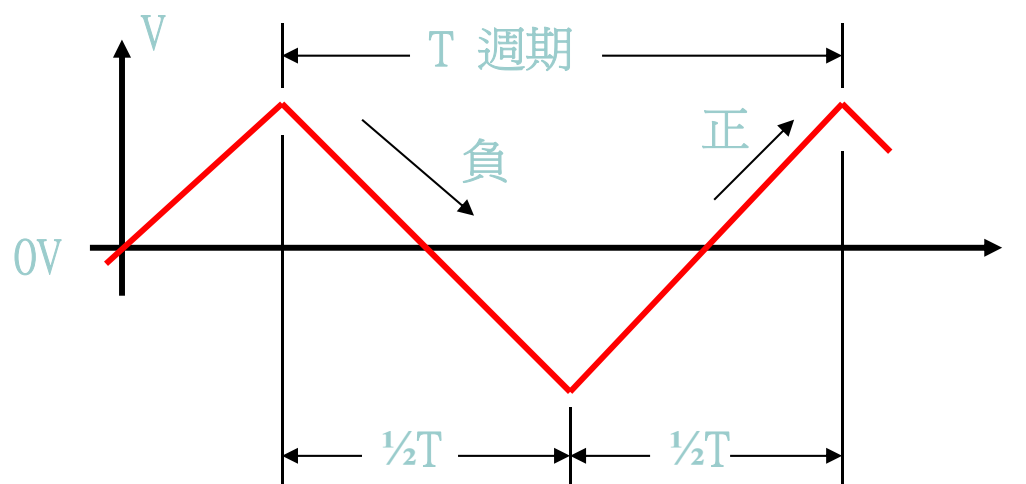


方波是工作週期固定為**50%**的脈波



8-2.4 三角波和鋸齒波

三角波

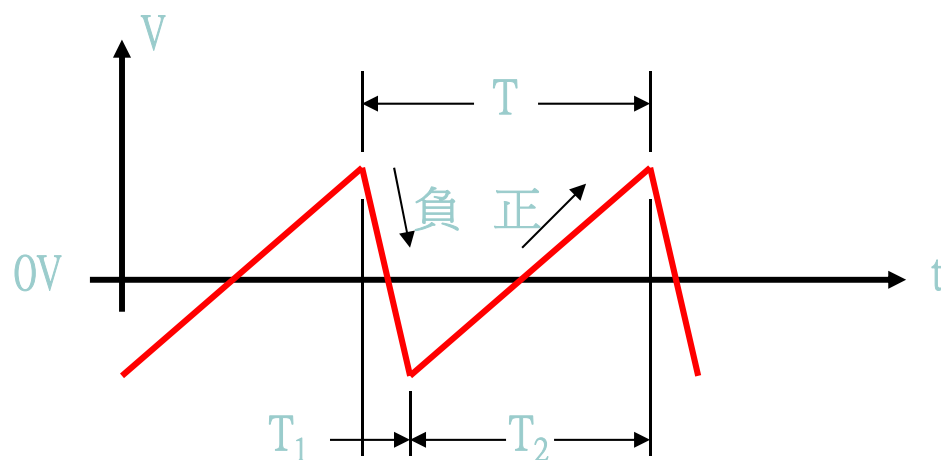


三角波的特性為正、負斜波相同，時間寬度相等



8-2.4 三角波和鋸齒波

鋸齒波

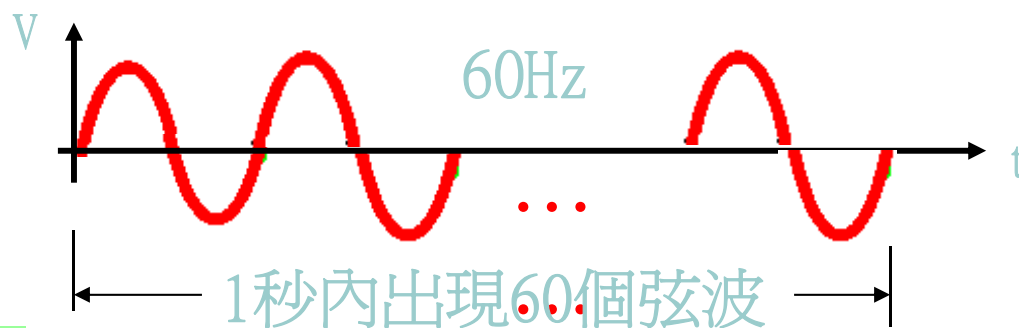


鋸齒波的特性為正斜波 T_2 較負斜坡 T_1 長很多

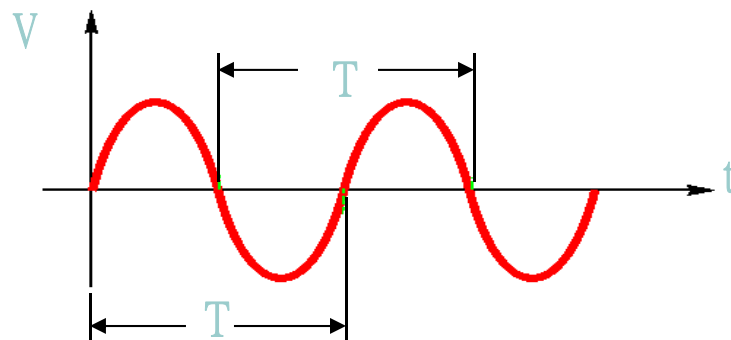


8-3 頻率與週期

頻率 f 在1秒內波形重複的次數單位為赫芝(Hz)



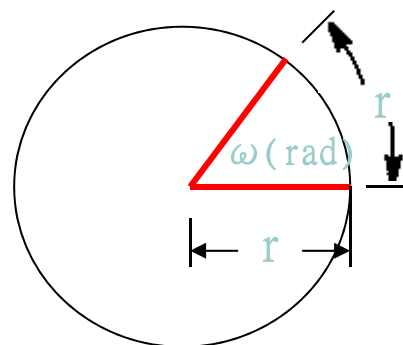
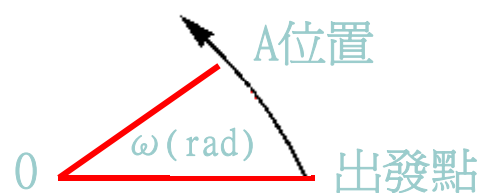
週期 T





8-3.1 角速度 ω

1弧度(rad)為圓周上之弧長等於半徑時所張的角度



一般式為：

$$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$



8-3.1 角速度 ω

例題1： 若頻率為60Hz，則角速度為多少彀/秒？

解答： 公式： $\omega = 2\pi f = 2 \times 3.14 \times 60 = 377$ (彀/秒)

例題2： 若角速度為314彀/秒則頻率及週期分別為多少？

解答： 由角速度公式知 $f = \omega / 2\pi$

頻率 $f = 314 / (2 \times 3.14) = 50$ (Hz)

週期 $T = 1/f = 1/50 = 0.02$ (秒)



8-3.2 波形值

正弦波值是電子儀器測量電路電壓的結果

示波器 可觀測完整弦波形的峰對峰值(E_{p-p})

三用電表 AC檔測得有效值(E_{rms})
DC檔測得平均值(E_{av})

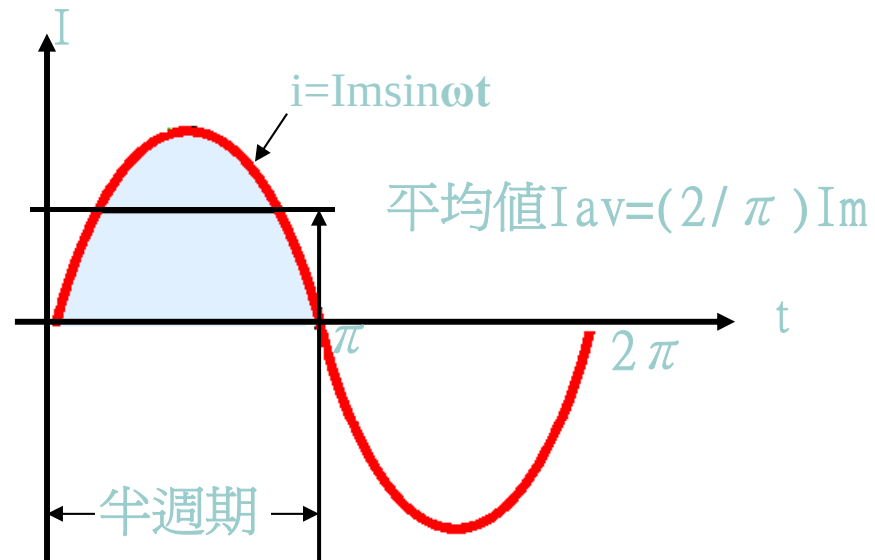
波形值的關係：

$$E_{pp} = 2E_p(\text{或}2E_m) = 2\sqrt{2} E_{rms} = \pi E_{av}$$



8-3.2 波形值

平均值

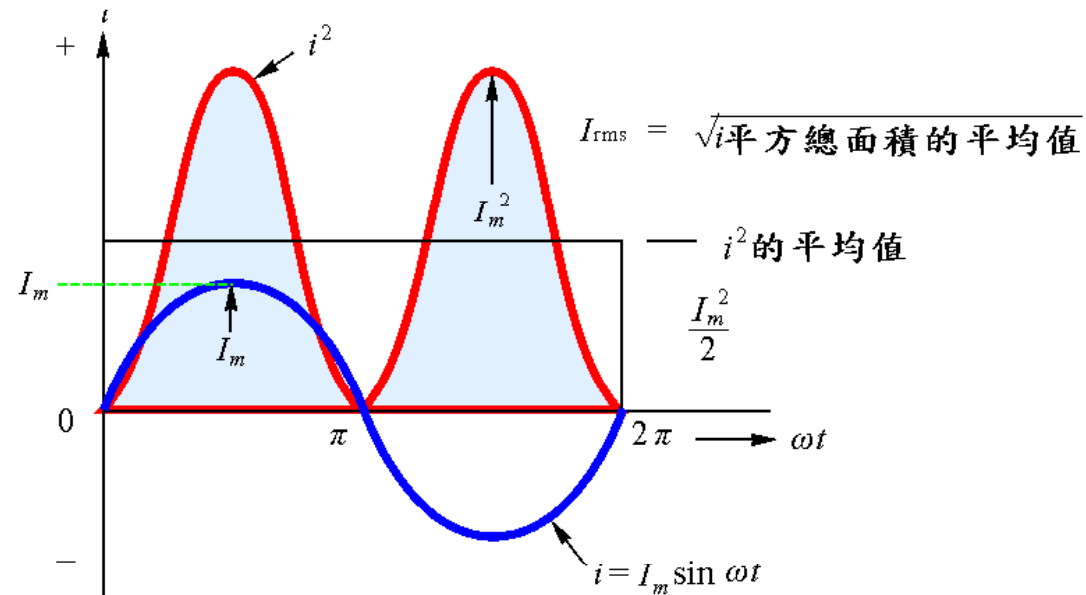


平均值是指一週期之正半週的平均值



8-3.2 波形值

有效值



有效值係將波形值平方後求其平均再取平方根值



8-3.2 波形值

波形型態	最大值(E_m)	有效值(E)	平均值(E_{av})
正弦波	E_m	$\frac{1}{\sqrt{2}} E_m$	$\frac{2}{\pi} E_m$
方波	E_m	E_m	E_m
鋸齒波	E_m	$\frac{1}{\sqrt{3}} E_m$	$\frac{1}{2} E_m$
三角波	E_m	$\frac{1}{\sqrt{3}} E_m$	$\frac{1}{2} E_m$
註：若為直流電，則 $E=E_{av}=E_m$			



8-3.2 波形值

例題： 電流弦波的一般式為 $i(t) = 1.414 \sin(377t + 45^\circ)$ A
試求電流之有效值、平均值為多少A？

解答： 依題意知： $I_m = 1.414\text{A}$ ，則：

有效值 $I = 0.707 \times I_m = 0.707 \times 1.414 = 1(\text{A})$

平均值 $I_{av} = 0.636 \times I_m = 0.636 \times 1.414 = 0.9(\text{A})$

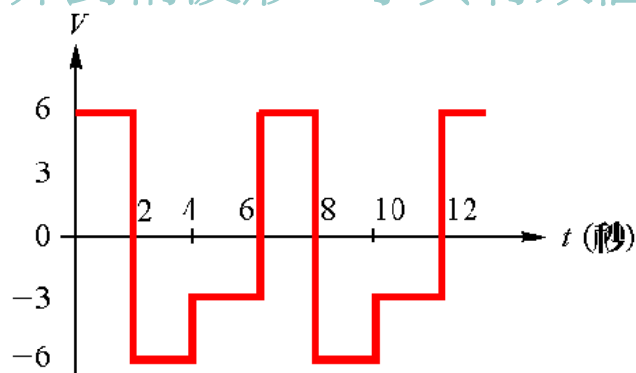
波形因數 $FF = E/E_{av} = 1/0.9 = 1.11$

波峰因數 $CF = E_m/E = 1.414/1 = 1.414$



8-3.2 波形值

例題：圖示為非對稱波形，求其有效值及平均值為何？



解答：平均值係求圖形面積和之平均值

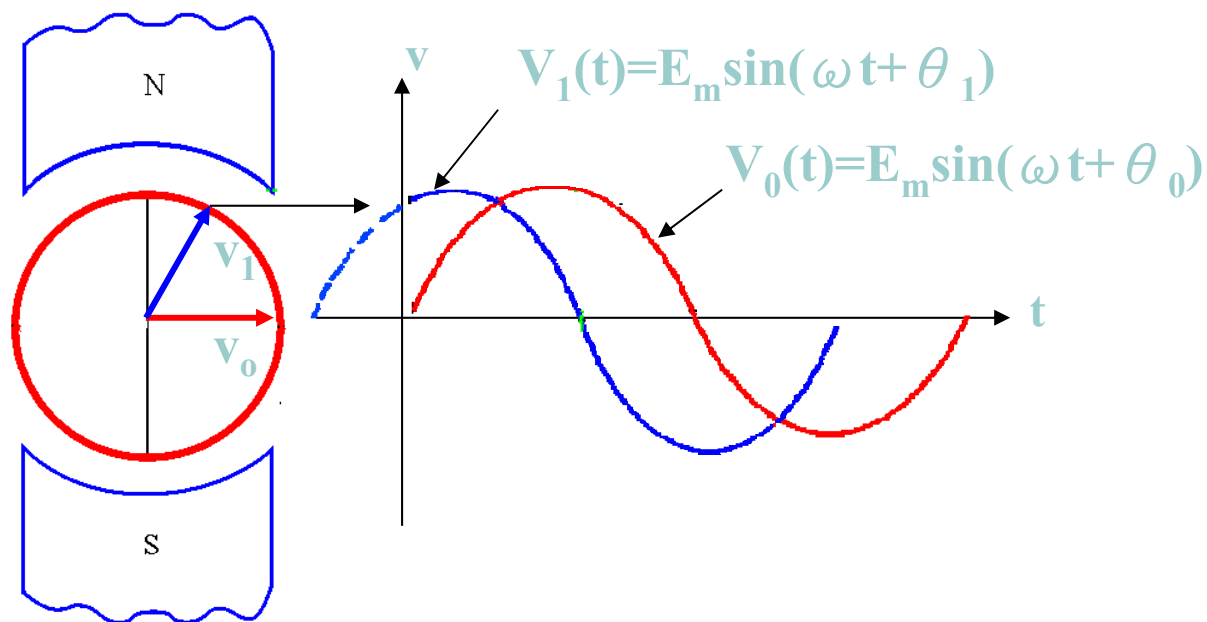
$$V_{av} = \frac{6 \times 2 + (-6) \times 2 + (-3) \times 2}{6} = -1(V)$$

$$\text{有效值 } V = \sqrt{\frac{6^2 \times 2 + (-6)^2 \times 2 + (-3)^2 \times 2}{6}} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$



8-4 相位

領前



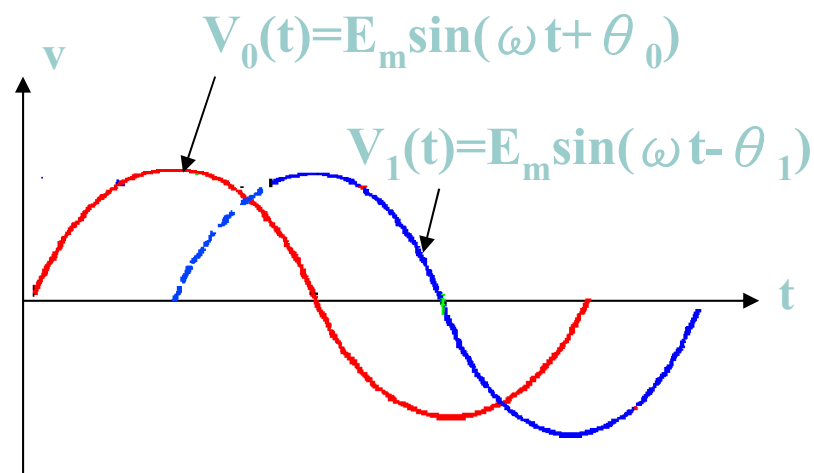
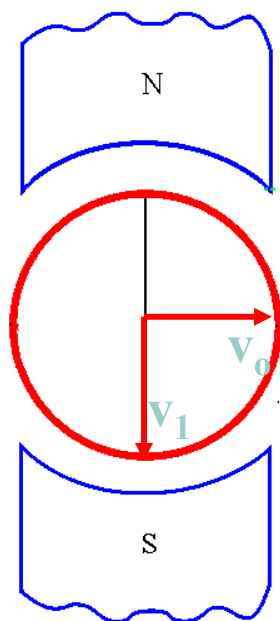
電壓 v_1 領前 v_0 的相角爲兩者之差 $\theta_1 - \theta_0$



8-4

相位

滯後



電壓 v_1 滯後 v_0 的相角為兩者之差 $-\theta_1 - \theta_0$



8-4 相位

例題

比較兩電壓 e_1 與 e_2 的相位關係：

$$e_1(t)=10\cos(377t+50^\circ), e_2(t)=10\sin(377t+30^\circ)$$

解答：

注意：cos非正弦式應改成sin。

$$\cos \theta = \sin \theta + 90^\circ \quad e_1 \text{可改爲}$$

$$e_1(t)=10\cos(377t+50^\circ) = 10\sin(377t+50^\circ+90^\circ)$$

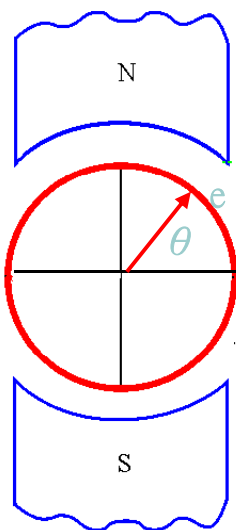
$$e_1(t)=10\sin(377t+140^\circ) \quad \text{以} e_1 \text{爲參考軸，則}$$

$$140^\circ - 30^\circ = 110^\circ \quad \text{表示} e_1 \text{領先} e_2 \text{有} 110^\circ$$

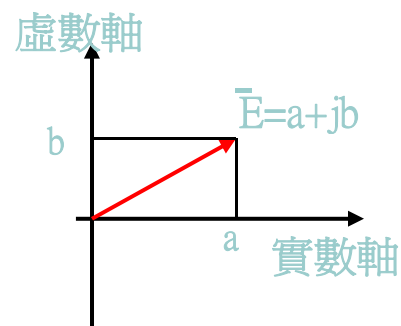


8-5

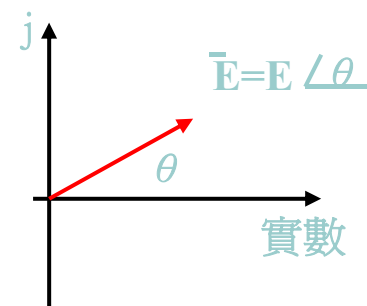
向量運算



直角座標



極座標



直角座標與極座標統稱為複數表示法



8-5.1 複數表示法

直角座標

複數 = 實數 + 虛數

$$\bar{E} = a + jb$$

E為電壓之瞬間值、**a**為實數分量、**b**為虛數分量

極座標

繞組依逆時針轉至某一方位之電勢值

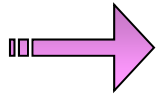
$$\bar{E} = E \angle \theta$$

極座標以大小(有效值)及方向(角度)表示

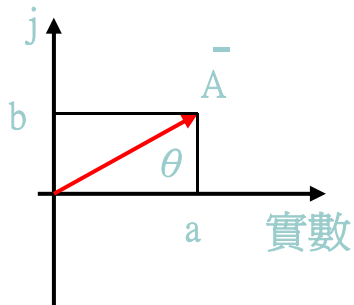


8-5.1 複數表示法

極座標



直角座標



圖示，依直角三角形關係：

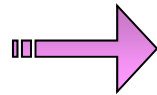
$$a = A \cos \theta \quad b = A \sin \theta$$

$$\bar{A} = A \angle \theta = a + jb = A \cos \theta + j A \sin \theta$$

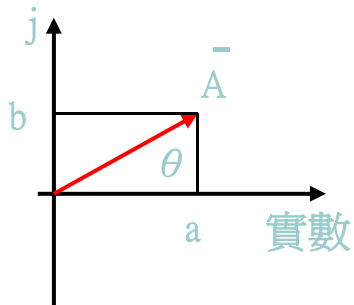


8-5.1 複數表示法

直角座標



極座標



圖示，依直角三角形關係：

$$A = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \theta = \tan^{-1} \frac{b}{a}$$

$$\overline{A} = a + jb = \sqrt{a^2 + b^2} \angle \tan^{-1} \frac{b}{a}$$



8-5.2 複數之運算

設兩複數： $\bar{A} = a+jb$ ， $\bar{B} = c+jd$

加法： $\bar{A} + \bar{B} = (a+jb) + (c+jd) = (a+c) + j(b+d)$

減法： $\bar{A} - \bar{B} = (a+jb) - (c+jd) = (a-c) + j(b-d)$

乘法： $\bar{A} \times \bar{B} = (a+jb) \times (c+jd) = (ac-bd) + j(ad+bc)$

除法： $\bar{A} \div \bar{B} = (a+jb) \div (c+jd) = \frac{(ac+bd) + j(bc-ad)}{c^2+d^2}$



8-5.2 複數之運算

設兩複數： $\bar{A} = A \angle \phi$ ， $\bar{B} = B \angle \theta$

乘法： $\bar{A} \times \bar{B} = A \angle \phi \times B \angle \theta = A \times B \angle \phi + \theta$

除法： $\bar{A} \div \bar{B} = A \angle \phi \div B \angle \theta = \frac{A}{B} \angle \phi - \theta$

極座標乘法運算時其角度應相加，除法時應相減

複數之加減運算用直角座標法，乘除用極座標法



8-5.3 複數應用於正弦波

正弦波之一般式：

電壓之最大值

$$v(t) = E_m \sin(\omega t + \theta)$$

極座標：

轉換成有效值

$$\bar{E} = E \angle \theta$$

相位角相同於複數座標之角度

直角座標：

$$\bar{E} = E(\cos \theta + j \sin \theta) = E \cos \theta + j E \sin \theta$$



8-5.3 複數應用於正弦波

例題： 若 $v(t)=10\sqrt{2} \cos \omega t \text{ V}$ ，其相量式為何？

解答： 先將 $\cos$ 轉換為 $\sin$ 式

$$\cos \omega t = \sin(\omega t + 90^\circ)$$

$$v(t) = 10\sqrt{2} \sin(+90^\circ) \Rightarrow$$

極座標式： $\bar{V} = 10 \angle 90^\circ$

直角座標式： $\bar{V} = 10(\cos 90^\circ + j \sin 90^\circ) = j 10$